

528-La logique de la découverte : Les représentations et les validations

Baghdad, BENMIA

Ecole Nationale Polytechnique d'Oran

BP 1523 EL-M' naouer Oran 31000, Algérie

Adresse personnelle : benmia1955@yahoo.fr

Mots clés : fondement, être dans, être sur, objet en soi, objet pour soi, règles.

RÉSUMÉ : Le savoir ne se résume pas au « je sais que h », la civilisation Arabe a permis de mettre trois conditions, ou facteurs, du savoir. Ils sont communément désignés par condition de vérité : la proposition doit être vraie, condition d'acceptation ou de croyance : la proposition doit être acceptée et condition de justification la proposition doit être justifiée. Toutes les trois ont des figures homologues dans la preuve. L'interpénétration du savoir et de la preuve ressort immédiatement de la condition de la justification, le savoir on appelle directement à la preuve. L'œuvre des mathématiciens du 7^{ème} siècle est apportée une réponse à un problème social. Cet exemple nous permettra aussi d'illustrer l'intérêt de considérer deux niveaux praxéologiques essentiels grâce auxquels nous entendons articuler deux traits saillants de la théorie anthropologique du didactique (TAD) : d'une part, la modélisation d'une compétence en termes de praxéologies et, d'autre part, l'importance accordée au processus de modélisation d'une activité mathématique au *sein de cette compétence*.

Introduction.

Dans cette communication nous nous appuyons sur l'œuvre des philosophes mathématiciens Arabes du 7^{ème} siècle sur leur rapport au problème de conceptualisation afin de répondre aux problèmes sociaux Al-Chafii (767,820). Cet exemple nous permettra d'illustrer l'intérêt de considérer deux niveaux praxéologiques essentiels grâce auxquels nous entendons articuler deux traits saillants de la théorie anthropologique du didactique (TAD) : d'une part, la modélisation d'une compétence en termes de praxéologies et, d'autre part, l'importance accordée au processus de modélisation d'une activité au sein de cette compétence. Le travail de modélisation mathématique, dans lequel plusieurs modèles mathématiques possibles sont recherchés, mis en concurrence et discutés en vue de répondre à une question extra mathématique réellement posée, reste une pratique exceptionnelle dans une institution qui semble pourtant vouloir la privilégier si l'on se réfère aux instructions officielles. Nous interprétons l'œuvre des philosophes mathématiciens Arabes du 7^{ème} siècle sur leur rapport au concept de l'«activité» au sein de la TACD (Sensevy & Mercier, 2007) et la TAD (Yves Chevallard, 1999). Pour les philosophes du 7^{ème} siècle le langage contribue à construire le savoir et non seulement à le communiquer.

Les questions qui guident notre réflexion sont les suivantes :

Comment peut-on décrire la contribution du langage à la construction du savoir ?

Quelles sont les caractéristiques du fonctionnement du langage favorisant cette construction ?

Quel est le type du sujet qui porte en lui des compétences ?

Comment faire pour construire une co-activité ?

Répondre à ces questions est un enjeu pour la didactique professionnelle comme pour la didactique disciplinaire. Nous nous proposons de cibler l'étude de cette problématique sur deux objets d'enseignement du 7^{ème} siècle : le rapport au « *nombre entier* » et la résolution d'un problème sociale par une activité mathématique. Il s'agit alors d'étudier, pour ces deux objets d'enseignement, les organisations didactiques employées au sein des systèmes didactiques concernés dans leurs évolutions historiques du début du 7^{ème} siècle à nos jours. Dans une première partie, nous présentons une étude historique sur les origines et fondements des activités dans la pensée des savants Arabes. La deuxième partie est consacrée à une analyse praxéologique (au sens de Chevallard) de la notion de l'activité telle que développée chez les savants Arabes du 7^{ème} siècle. Nous présentons à la troisième partie une expérimentation conduite dans deux institutions différentes dans le cadre d'un parcours d'étude et de recherche PER, (Chevallard, Y. (2009b.)

1. *Etude historique sur le concept de l'activité.*

Pour les savants Arabes la notion de *l'activité* fait jouer une dialectique entre deux propositions : prédicative, conditionnelle. La *proposition prédicative* est celle qui transporte le **sens** et possède un rapport de preuve et d'identité tandis que la *proposition conditionnelle* est celle qui réunit deux informations et possède un rapport :

- de conjonction, d'accompagnement ou de suspension (c'est-à-dire la suspension du deuxième jugement sur le premier ou la négation de ceci)

- ou un rapport de compétition, de disjonction et de différence (divergence) ou la négation de ceci. Abou Abderrahmane al Akhdari, (2005). D'après Ouahba Zouhaili (2010) l'école Chafiiite (7^{ème} siècle) a mis en évidence quatre classifications de langage à la disposition d'un *compétent*

pour pouvoir *inférer* les *jugements* à partir d'un texte. Le concept de *preuve* fait apparaître une dialectique entre l'« être en soi » le prouvable et l'« être pour soi » la prouvabilité (entre l'activité et son fondement) elle-même fait apparaître quatre *types de discours* opérant dans une unité globale et sont aux niveaux : du juge, Le jugement, le chargé de mettre en œuvre (sujet jugé sur) et l'acte du chargé de mettre en œuvre (sujet jugé dans)

1.1. *Rapport entre l'activité et son fondement.*

Le concept activité limite le concept fondement de son aspect *général* on le réduisant à son aspect *particulier* en prenant en compte un milieu social particulier.

1.2. *L'activité.*

L'activité n'est jamais observable et qu'elle doit-être inférée à partir de son fondement. D'après Al-Chafii (767,820) citer par Ouahba Zouhaili(2010)

« *L'activité est la connaissance du devoir et pouvoir faire de la conscience d'un individu* ».

- Définition linguistique.

« *L'activité est la compréhension profonde exécutée qui a pour but de reconnaître la finalité des dires et des actes* ». (Abou Zahra, 1958)

- Définition terminologique.

« *L'activité est la connaissance des jugements légitimant tournés vers le fondement des objets de savoir de la preuve de chaque proposition* ». (Abou Zahra, 1958).

Cette définition fait apparaître que l'activité est composée de deux théories dialectiquement liées : La théorie des jugements légitimant tournés vers le fondement et la théorie des objets de savoir de la preuve de chaque proposition h.

1.3. *Le fondement.*

Le fondement est sur quoi on construit une activité. Les fondamentalistes du 7^{ème} siècle définissent :

« *Le fondement est la perception des règles opératoires qui nous conduit à inférer l'activité, autrement dit c'est la connaissance des règles opératoires qui nous montre l'itinéraire (le chemin) pour tirer les jugements à partir des objets de la preuve* » citer par (Abou Zahra, 1958).

Il s'agit de mettre à jour les mécanismes, c'est-à-dire les relations causales entre structures qui gouvernent le fonctionnement du système. Ceux-ci en effet sous-jacents, cachés en un sens, et on ne peut remonter à eux à partir des constats que nous pouvons faire, puisque ces mécanismes agissent et existent, que nous les percevions ou non. Les fondamentalistes définissent que

« *Les fruits d'un jugement légitimant sont la théorie de l'activité et la théorie des fondements. Tandis que le produit de ces deux théories est la définition du jugement à légitimer concernant les actes des chargés de mettre en œuvre* ». (Abou Zahra, 1958).

Du point de vue de son origine, le fondement est construit dans l'action. Autrement dit, son origine n'est pas théorique, mais pratique. Le fondement est composé en deux parties dialectiquement liées : Les fondements sensibles et les fondements intelligibles. Les deux faces d'un fondement, l'une tournée vers l'action du découpage de la réalité c'est-à-dire les objets du savoir de la preuve, l'autre face tournée vers l'action sur les objets du savoir de la preuve. Le fondement fait appelle à deux actions qui se succèdent. Autrement dit l'une concerne la prise

d'information sur les paramètres observables ou mesurables pour la construction d'une représentation de la situation en cours (représentation occurrente), l'autre concerne le jugement des sujets chargés de mettre en œuvre les actes.

1.4. Différence entre l'activité et son fondement, et les règles opératoires.

Les fondements définissent l'itinéraire (le chemin) qui conditionne et limite les individus en action afin de ne pas faire de *faute* sa fonction est éthique, morale et juridique. L'activité est la déduction des jugements tournés vers l'action en étant conditionné par le fondement en cause. Les *objets de savoirs* de la preuve d'une proposition sont les *lieux de rencontre* entre l'activité et son fondement. On classant les fondements dans leurs ordre de *pertinence* répondent aux objets de savoir de la preuve dans le but d'inférer à partir d'eux (fondements) le parcours et de montrer quel sont leurs *besoin*. On déduit deux sortes de connaissance : prescrite et opératoire ; les fondements forment la connaissance en acte dite prédicative tandis que l'activité forme la connaissance en acte dite opératoire. La connaissance en acte prédicative est construite on se basant sur les fondements elle est *sur l'action* et permettent d'inférer des *branches* de l'activité.

Tandis que la connaissance en acte opératoire est construite on se basant sur l'activité elle est *dans l'action* et permet de *réunir* les situations semblables inférés d'un même fondement. L'objet des fondements c'est de montrer l'itinéraire de l'inférence, et d'équilibrer la signification. D'après les écoles de pensée des 7^{ème} siècles cités par Abou Zahra le fondement d'une activité fait apparaître quatre parties et ils ont montré la nécessité de la réalité des jugements légitimant et leurs sens dans ces différentes parties. Deux organisations complémentaires en articulation qui opèrent entre les deux pôles qui sont : le fondement et l'activité. Pour l'école Chafiite (7^{ème} siècle) la construction d'une activité se fait sur son fondement et les règles opératoires sur leur activité, l'école Chafiite met en œuvre quatre chapitres pour résoudre les problèmes posés par la nature.

- I) l'objet pour soi (être dans une situation) : jugement (conjecture),
- II) l'objet en soi (être) : le juge (la preuve ou réfutation d'un jugement),
- III) les *actes* de ceux qui mettent en œuvre (le sujet jugé dans) : être dans l'objet,
- IV) ceux qui mettent en œuvre (le sujet jugé sur) : être en dehors de l'objet,

2. Analyse praxéologique de l'activité par la TAD. Yves Chevallard (1999).

La praxéologie est une pratique qui cherche à mettre en relation d'une manière dynamique et évolutive, en rétroaction constante de deux organisations complémentaires en articulation de toute situation et qui opèrent entre les deux pôles. Il y a deux manière d'aborder La catégorisations : OM la première de haut en bas a un effet de pragmatisation, la seconde OM3 de bas en haut a un effet d'épistémisation.

a) OM la représentation (être prouvable) : est la réponse **consciente** son rapport est d'orienté, d'inférer et de fonder l'activité OM3, a un effet pragmatique. Cette approche est dite descendante, ou approche *top-down*.

b) OM3 la validation (le sujet prouvant) : est la question son rapport est d'inventer des règles opératoires en situation pour répondre a OM, a un effet épistémique. Cette approche est dite ascendante, ou approche *bottom-up*. Les analyses des systèmes didactiques seront essentiellement outillées par la TAD : nous tentons de décrire les *praxéologies mathématiques* (Chevallard, 1999) utilisées, et nous introduisons la notion de *praxéologies de modélisation* ; le *schéma herbartien* de l'étude et sa version dégénérée, le *recopiage culturel* (Chevallard, 2007),

offrent un cadre de référence pour examiner les pratiques didactiques en matière de traitement mathématique de questions compétence mathématique, selon que ces pratiques incluent ou non des praxéologies de modélisation. La « *compétence* » fait apparaître une organisation notée $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]$ avec $i \in \{1, 2, 3\}$. Chaque OM_i est composés de deux types de tâche. Nous interprétons la réponse des philosophes mathématiciens Arabes du 7^{ème} siècles au problème social en terme praxéologique et en considérons leurs rapport au concept de l'« *activité* ». Ils ont proposé une méthode pour aider le compétent à développer son intervention à l'aide d'une *réflexion consciente sur son action*; ce n'est pas un *savoir de plus*, à partir duquel on devrait *modeler l'intervention*, mais plutôt une *façon de conscientiser* ce que nous faisons tous chaque jour, à mesure que nous le faisons intervenir de la façon la plus ajustée possible à une situation particulière, en tenant compte des connaissances générales issues de divers modèles d'intervention. Dans cette problématique les fondements d'une activité mettent en œuvre *quatre actes de langages* citer ci dessus et qui sont entre les mains d'un compétent pour agir sur son environnement Ouahba Zouhaili (2010).

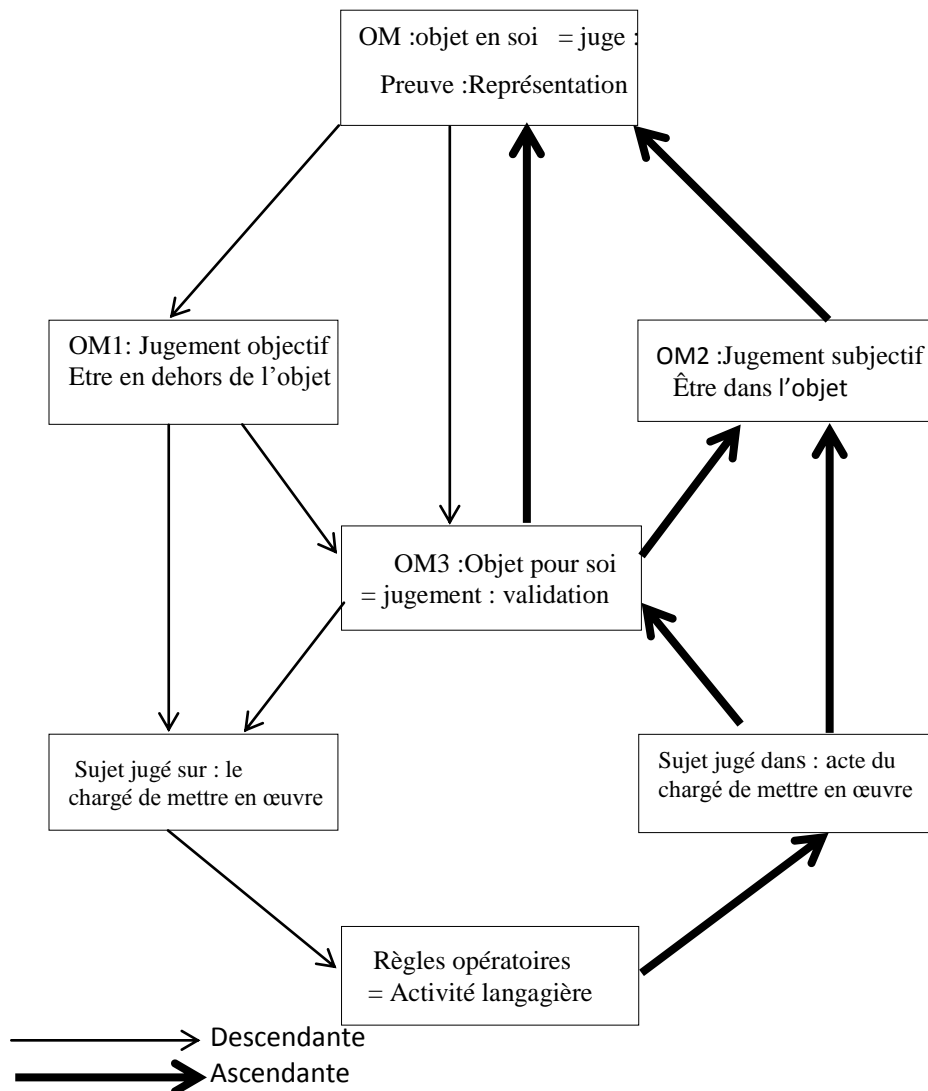


Figure 1 : Modèle de fondement et pratique d'une activité

2.1. OM3 : *Le jugement : la situation*

La *conscience* du juge fait naître deux jugements fruits l'un au niveau de l'image psychologique : le « *jugement subjectif* » et l'autre au niveau de l'image mentale : le « *jugement objectif* ». L'appellation de savoir, est réservée à la connaissance fondée qui est la *représentation*, et sur une « objectivité », la vérité du jugement qui est la *validation*, et une « subjectivité », la conviction. Dans le savoir « la conviction de la vérité s'allie à l'intelligence des sources de la vérité ».

a) OM3,1: La représentation

Un jugement objectif contient deux objets : Le chargée de mettre en œuvre et les objets de preuve d'une proposition. Le jugement objectif à ce niveau revient à celui qui possède la *capacité de représenter* (connecter) les deux réalités d'une proposition et d'analyser le phénomène. C'est-à-dire comment faire pour construire l'acte d'une activité ou comment faire pour configurer une unité sociale agissant pour un but bien défini.

Analyse du phénomène ;

a) La cause : est un état apparent contrôlé mis en évidence par celui qui réalise l'acte ou l'action et elle ordonne l'existence d'un jugement. La cause soit elle appartient a de l'acte du chargé de mettre en œuvre, soit n'appartient pas (naturelle).

b) La condition: est un état sur lequel se base l'existence d'un jugement, elle est le complément de la cause

c) Le prohibé : interdire légalement

d) La différence entre raison, cause et sagesse

b) OM3,2 : La validation

Un jugement subjectif contient deux objets: L'acte du chargé(le sujet jugé sur) et son langage mettant en œuvre l'activité. L'activité à ce niveau est la signification des mots accomplissant le *sens* du langage mis en œuvre, c'est-à-dire comment faire pour donner un sens à l'unité sociale agissante autrement dit pour convaincre les individus agissant. La **validation** est une opération destinée à démontrer, qu'une activité conduit effectivement aux résultats escomptés. Selon Chevallard (2003) la perte de sens est aujourd'hui l'un des grands problèmes de la profession l'expression perte de sens renvoie de fait à une relation *binaire* : perte de sens de *O* pour la personne *x* ou pour l'institution *I* (ou, exactement, pour la *position p* au sein de l'institution *I*). Cette composante concerne les critères de qualification des « sujets chargés compétents », c'est-à-dire celui qui a le *pouvoir de faire ou ne pas faire l'acte ou choisir entre les deux*.

2.2. OM : *Le juge : La preuve ou réfutation d'un jugement.*

a) *La conscience*

Le *rapport personnel* du juge à l'objet *O*, lorsqu'ils jugent certains facteurs néfastes, c'est-à-dire voulons faire de l'objet *O* du *bien* plutôt que du *mal* alors il exige de la *demande* de commettre ou non l'acte ou de choisir l'un entre les deux. La conscience en tant que phénomène mental lié à la perception et la manipulation intentionnelle de représentations mentale, qui comprend la conscience du monde qui est en relation avec la la perception du monde extérieur, des êtres vivants doués ou non de conscience dans l'environnement et dans la société ; et la

conscience de soi et de ce qui se passe dans l'esprit d'un individu : perception internes (corps propre), aspects de sa personnalité et de ses actes (identité du soi, opérations cognitives, attitudes propositionnelles). Les quatre actes de langage au niveau OM deux au niveau de OM1 et les deux autres au niveau de OM2

b) OM1 : *Le jugement objectif : La réalité, La métaphore*

Le deuxième acte de langage est celui du chargé de mettre en œuvre : cet acte est de prendre en compte l'utilisation du langage dans le sens : Cette image est le *nom* du *sens* perçu, c'est-à-dire le sens pour soi-même, *l'image mentale* est le jugement dans ou avec ; concerne le discours des actes de tout les *individus* sans exception même les chargés de mettre en œuvres sont inclus, contient deux objets de la réalité : la proposition et la preuve. La preuve est une *action* produite par un *juge* (savant), s'inscrit toujours dans une situation de *forme et de complexité particulières* unique ; étant en constant mouvement, ce niveau de la réalité échappe aux prédictions, aux certitudes, aux modes d'emploi. C'est le domaine de la surprise, de l'invention.

c) OM1,1 : *La Réalité.*

La réalité est l'ensemble des phénomènes considérés comme existant effectivement par un sujet conscient. Ce concept désigne donc ce qui est perçu comme concret, par opposition à ce qui est imaginé, rêvé ou fictif.

La signification des mots est placée pour le sens,

« *La réalité est le vouloir faire avec tout langage de ce qui été objectivé dans son authenticité pour un objet connu* ». (Ouahba, Zouhaili(2010).

d) OM1,2 : *La Métaphore.*

La métaphore, est une figure de style fondée sur l'analogie et/ou la substitution. C'est un type particulier d'image sans outil de comparaison qui associe un terme à un autre appartenant à un champ lexical différent afin de traduire une pensée plus riche et plus complexe que celle qu'exprime un vocabulaire descriptif concret.

La signification des mots déplacée en tenant un rapport avec les mots placés

« *La métaphore est tout langage substituer par son semblable pour un objet autre que celui qui a été objectivé dans son authenticité en tenant un rapport entre eux* ». (Ouahba, Zouhaili, 2010).

2.3. OM2 : *jugement subjectif : Langage claire et obscur dans sa signification*

L'objet perçu est l'image de soi-même, *l'image psychologique* est le jugement sur l'objet ; concerne le discours de la *demande* aux chargés de mettre en œuvres d'accomplir leurs actes, cette image contient deux objets métaphoriques : *La représentation* des sujets mettant en œuvre et leurs *actes de langage*. Le premier point à considérer est la relation entre le vécu et le langage. Distinguons les termes par **vécu** il faut entendre le pâtir immédiat de la conscience, ce que la subjectivité *éprouve*, ce dont elle fait *immédiatement* l'expérience. Le **langage**, comme système de signes, semble relever d'emblée de ce qui est au contraire *médiat*, il est un intermédiaire dont se servent des sujets pour communiquer entre eux.

Le langage est donc plus extérieur à soi que ne l'est le vécu.

a) OM2,1 : *Le langage claire.*

Le langage clair est un moyen d'aborder la communication de façon inclusive. Il aide à rendre l'information accessible à tous.

« *Un langage claire signifie sur son sens avec son propre expression sans intervention de l'extérieure* ». (Ouahba, Zouhaili, 2010).

b) OM2,2 : *Le langage obscur : la pensée* .

Le passage a l'expression peut réussir ou échouer, c'est-à-dire il peut y voir une sorte de déformation de la pensée dans le langage ou bien que la pensée s'accomplie dans le langage.

« *Un langage obscur cache son sens pour soi ou pour un autre problème, on ne peut comprendre son sens que par un autre langage que soi* ». (Ouahba, Zouhaili, 2010).

Les types du langage clair et obscur dans l'école Hanafite cité par Ouahba Zouhaili,

Langage claire : l'apparent, le texte, l'interprétant et le certain,

Langage obscur : le caché, le problème, le globale et le vraisemblable

2.4. *Le sujet jugé sur: le sujet épistémique*

Le sujet épistémique (chargé de mettre en œuvre) est l'individu qui est attaché au discours du *juge* dans l'acte de l'accomplir. Il est appelé le sujet jugé sur, son rapport est de répondre a OM1 Deux conditions doit être dans le sujet mettant en œuvre :

1) Doit avoir la *capacité* de comprendre la preuve de la mise en œuvre par soi même ou par médiation. La capacité de comprendre les preuves de la mise en œuvre s'accomplie par la raison, elle est outil pour la compréhension et la perception.

2) Doit posséder la *qualification* pour la mise en œuvre. Deux catégories pour la mise en œuvre

3) La qualification pour les devoirs : L'individu en réalité possède des droits, et doit accomplir des devoirs.

4) La qualification d'accomplissement : avoir la capacité d'émettre des actes et des dire, pour qu'il puisse légitimer des jugements. La qualification d'accomplissement est synonyme de la responsabilité.

2.5. *L'acte du sujet jugé sur : le sujet jugé dans(le compétent)*

L'acte du sujet mettant en œuvre (compétent) est attaché au discours du sujet jugé avec dans le but d'accomplir la tâche ou non, ou la possibilité de choisir entre les deux. Il est appelé le sujet jugé dans. Son rapport est de répondre a OM1 et OM2

1) OM1 : L'acte soit est mis par le sujet mettant en œuvre soit il est en dehors de lui

2) OM2: L'acte doit-être dans la possession de la *capacité* du sujet mettant en œuvre. « *Il ne doit pas avoir de mise en œuvre sans acte.* »

Les conditions.

- Le *sujet jugé dans* doit connaître la *demande* du juge concernant l'acte pour qu'il soit soumis à la représentation des faits du juge

- L'acte doit-être *possible* pour l'individu pour qu'il ait le pouvoir à l'accomplir.

3. EXPERIMENTATION.

Chevallard et connus aujourd'hui, familièrement, à travers leur sigle : les activités d'étude et de recherche(AER) et les parcours d'étude et de recherche(PER).

Nous donnerons un exemple élémentaire, celui d'une AER relative à une entité praxéologique qui est, en l'espèce, une propriété mathématique traditionnellement enseignée au 7^{ème} siècle. Dans ce contexte nous avons proposé une expérimentation à deux groupes d'élèves, un subit un

système d'enseignement datant du 7^{ème} siècle (classe science islamique) et l'autre un système cartésien 1^{ère} année scientifiques (classe de 2^{de} en France). Soit I = "enseignement des mathématiques à des élèves sciences islamiques" et R (I, O) leur rapport aux nombres entiers. Soit I' = "enseignement des mathématiques à des élèves 1^{ère} année scientifique") R (I', O) leur rapport aux nombres entiers. Nous avons proposés deux types de tâches, une la succession est inconnue (non donnée) et la deuxième est connue (donnée). OM₁ et OM₂ sont présumées. [τ/θ] organisation interne de l'activité est donnée.

A.E.R N° 01 : la pratique de l'unité de pensée [τ_1/θ_1]

« L'hérité à 50.000 dinars et pour héritiers sa sœur et sa mère »

Sachant qu'ils ont respectivement droit à un demi et un tiers.

A.E.R N° 02 : la pratique de l'unité de pensée [τ_1/θ_1]

« L'hérité a deux fille, son père et sa mère »

Sachant qu'ils ont respectivement droit à deux tiers, un sixième et un sixième

Remarque : Dans les activités les droits des héritiers ne sont pas donnés par l'enseignant, c'est aux apprenants de les attribuer en les validant.

La conduite d'une AER aboutissant, comme ici, à l'élaboration d'une praxéologie de la forme [$\tau_1/\tau/\theta/\Theta_1$], s'articule, précise la TAD, en différents *moments didactiques* (ou *moments de l'étude*), que nous présenterons rapidement dans le cas de l'AER du « distribuer la succession entre les héritiers sachant les objets de savoirs de cette pratique ».

À quels signes reconnaissent-ils qu'il y aurait « perte de sens » ?

Le *premier moment didactique* est le moment de la *première rencontre* avec le type de tâches T à travers la rencontre, ici, avec la tâche problématique T₁ consiste.

« Comment déduire à partir des signifiants visibles les signifiants non visibles ? »

Le *deuxième moment didactique* est le moment de l'*exploration* du type de tâches T₁ et de l'*émergence de la technique* [τ_1/θ_1], si la technique est fondée dans ce cas elle est non problématique pour les élèves. Soit elle n'est pas fondée dans ce cas elle est problématique pour le système et sera fondée par un savant (jugement légitimant)

Le *troisième moment didactique* est le moment *technologico-théorique*, qui voit la création du bloc [θ_1/Θ_1]. Ici, la technologie du langage (θ_1 est faite essentiellement par un langage verbal ou non verbal pour *justifier la conjecture*. Classiquement, cela se fait, en mathématiques, en montrant que l'on peut *déduire* l'énoncé en question d'énoncés tenus pour vrais (parce qu'ils ont été antérieurement démontrés ou sont regardés comme des axiomes).

Analysons : R (I, O) et R (I', O).

Les élèves sont dans OM₃, les technologiques de deux organisation ponctuelle OM₁ et OM₂ sont présumés.

Analyses de : R (I, O).

La technique : construction de la conjecture : Réduire au même dénominateur.

N (θ_1) désigne la somme des parts des héritiers, la représentation du sujet dans

D (Θ_1) désigne le fond du problème, la représentation du sujet sur

le rapport entre Net D (conjecture): $\theta_1/\Theta_1=1$ (unité)

La technologie : validation du rapport $\theta_1/\Theta_1=1$ (unité).

Les élèves ont validé le rapport par au moins une des *quatre règle opératoire*, et par la *correction* du « fond du problème ». Pour eux ces quatre règles et la correction du fond s'avère des conditions nécessaires pour *effectuer* le partage et sont une ressource pour établir la validité de la conjecture. Ce calcul algébrique numérique liant « part » et « héritier » est une ressource pour la démonstration de $\theta_1/\Theta_1=1$.

La théorie : nombres entiers

Les quatre règles sont enseignées en classes des classe sciences islamiques

1. Identité : le nombre de parts est identique au nombre des héritiers. Se représentent dans le même nombre

2. Multiple : le nombre de parts est multiple au nombre des héritiers. Se représentent dans leurs multiples communs

3. PGCD : le PGCD entre le nombre de parts et le nombre des héritiers. Se représentent dans leur diviseur commun

4. Primalité : le nombre de parts et le nombre des héritiers sont premiers entre eux. Se représentent dans leur multiplication.

Analyse de : R (I', O).

Technique : Les élèves ont résolu le problème par la règle de trois, la division, l'addition et la multiplication.

Technologie : Combinent les éléments d'un ensemble sur lequel est définie une structure (syntaxique dans R).

Théories : Le calcul s'effectue sur un corps commutatif (le corps des nombres réels)

On constate que le *langage* est secondaire par rapport aux opérations de la pensée et à l'objet du monde. La sémiotique n'a guère de place dans cette approche qui n'accorde aucune attention aux outils **sémiotique**, ni au processus de **conceptualisation**.

Comparons les deux :

R (I, O) : Articulent les ingrédients technologiques de deux organisations ponctuelle OM_1 (les dits sur l'objet du monde) et OM_2 (les actes de pensée), cette nouvelle **technologie** (langage) est spécifique à OM_3 (activité mathématique). Ce processus de conceptualisation répond à la relation entre la situation et l'action par des jugements de pertinences; et à la relation entre l'action et les résultats obtenus par des jugements d'efficacités.

R (I', O) : On constate que le langage est secondaire par rapport aux représentations mentales et aux opérations de la pensée. Le **conceptualisation** n'a guère de place dans cette approche. Les élèves procèdent par une *réeffectuation* d'un geste qui consiste en la mise en œuvre d'un ensemble de règles grâce auxquelles on peut combiner les éléments d'un ensemble sur lequel est définie une structure (syntaxique). Pour eux le schème s'exprime en tant que règle logique, c'est-à-dire un emboîtement logique d'actions sans signification. Le calcul consiste à la mise en œuvre d'un ensemble de règles grâce auxquelles on peut combiner les éléments d'un ensemble sur lequel est définie une structure.

Conclusion.

Il s'agit dans notre recherche d'une autre façon d'enseigner les objets mathématiques entiers naturels par une mise en œuvre d'un P.E.R. ont rompent avec la présentation traditionnelle sur les entiers naturels. La modélisation d'une preuve en termes de praxéologies et, d'autre part, l'importance accordée au processus de modélisation d'une activité mathématique au sein de cette preuve. La construction d'une AER et sa gestion par un enseignant a priori ne se réduisent pas à l'énoncé d'un problème à poser aux élèves ; mais comme grille d'analyse d'une technologie de langage et permet à l'élève de produire lui-même une connaissance personnelle comme réponse à un problème. L'enseignant(le sujet jugé sur) soit en mesure de maîtrise de ce **langage (technologie)** dans sa *pertinence* et de sa *clarté* pour pouvoir conduire les élèves(le sujet dans) du passage de cette pratique à la théorie autrement dit de la fondation de la preuve(AER) a la construction de la preuve(PER). Ont initié un enseignement par une sémiotisation des nombres, l'élève n'est plus spectateur des objets (nombres) mais peut les construire par la mise en

œuvre d'une *technique* de la pratique de l'organisation interne d'une AER à la *technologie* de cette technique PER.

Bibliographie.

- 1) Abou Abderrahmane al Akhdari. (2005), Les principes de la théorie de la logique, Manar pour la diffusion et distribution, Damas
- 2) Abou Zahra. (1958). La jurisprudence islamique, Dar El Fikr Al Arabi. Egypte
- 3) Bedrane Abou El-Ain Bedrane (année ?) : Héritage, testament et donation dans la législation islamique. Imprimerie Achabab Alexandrie, Egypte.
- 4) BenMohamed El-Djordjani(1339-1403):Le manuel des définitions. DarAn-Nafas,Liban, 2003.
- 5) Benmia. B.(2006). L'articulation numérique-algébrique dans les classes de l'enseignement secondaire. Le cas des mises en équation. Master recherche « Histoire, Philosophie et Didactique des sciences » Spécialité didactique des mathématiques. Université Montpellier II
- 6) Brousseau, G. (1998) Théorie des situations didactiques. Grenoble : La pensée sauvage.
- 7) Chevallard. Y. (1991a). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. In Actes du séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique n° 122, p. 103-107. Grenoble : LSD-IMAG/Université Joseph Fourier.
- 8) Chevallard. Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en didactique des mathématiques, 12(1), 73-111.
- 9) Chevallard. Y. (2007a). Les mathématiques à l'école : pour une révolution épistémologique et didactique. *Bulletin de l'APMEP*, 471, 439-461
- 10) Chevallard. Y. (2007b). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz Higuera, A. Estepa, F. Javier García (Éds), *Sociedad, Escuela Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD)* (pp. 705-746). Jaén : Université de Jaén
- 11) Dominique Lecourt, (2006) Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences. PUF 2006
- 12) Duval. R. (1993) : Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, Annales de didactique et des sciences cognitives, n°5 IREM de Strasbourg.
- 13) Fakhr al-Din al-Razi (1149-1209). Le commentaire du Coran, 3e édition, Dar El Hayat Beyrouth, 1880
- 14) Mohamed Taha Abou Al-Khalifa(2004) : les jugements de l'héritage, dar essalem, Egypte.
- 14) Manuel scolaire de la législation islamique de la classe terminale (onsp) 1990, Alger.
- 15) Lakatos. I. (1984), Preuves et réfutations : Essai sur la logique de la découverte mathématique, Paris.
- 16) Vergnaud, G. (1995) la théorie des champs conceptuels, RDM, n°10, La pensée sauvage
- 17) Ouahba, Zouhaili(2010). La jurisprudence islamique, Dar El Fikr, Damas, Syrie

Quelques spécimens des mathématiciens Arabes

« L'hérité a deux filles, père et mère. Sachant qu'ils ont respectivement droit à deux tiers, un sixième, un sixième. »

« L'hérité a huit filles, père et mère. Sachant qu'ils ont respectivement à deux tiers, un sixième, un sixième. »

« L'hérité a cinq filles père et mère. Sachant qu'ils ont respectivement droit à tiers, un sixième, un sixième. »

« L'héritée a un mari, une tante et deux sœurs. Sachant qu'ils ont respectivement droit à un demi, un tiers, deux tiers ».

« L'hérité a une mère, une sœur. Sachant qu'elles ont respectivement droit à un tiers et un demi.